

دانش آموز عزیز شما با مبحث تناسب از مقطع ابتدایی آشنا هستید.

تناسب نوعی رابطه بین اعداد است که در آن اعداد و کمیتها به دو صورت می توانند با یکدیگر نسبت داشته باشند.

مدل 1: تناسب مستقیم:

فرض کنید با 2 ماده مختلف می خواهید جسمی را تولید کنید اگر بخواهید مقدار تولید را 5 برابر کنید باید هر یک از دو ماده را نیز 5 برابر کنید.



تخم مرغ	-----	-----
آرد	-----	-----
کیک	-----	-----

در این مدل تناسب کمیتها بر روی یکدیگر نوشته می شوند و با **افزایش** یک کمیت سایر کمیتها بایک نسبت ثابت **افزایش** می یابند و چون همه به یک نوع تغییر می کنند اصطلاحاً می گوئیم رابطه مستقیم دارند .

مدل 2: تناسب معکوس

حالا یک عمل ثابت مثل نقاشی کردن یک ساختمان را در نظر بگیرید قطعاً هر چه قدر تعداد کارگران را بیشتر کنید به همان نسبت مقدار زمان انجام کار کاهش می یابد به این عمل تناسب معکوس می گویند.

یعنی با زیاد شدن یک کمیت، کمیت متناسب با آن کاهش می یابد در این مدل تناسب چون **حجم کار** ثابت است فقط عاملهای کار (انجام دهندگان کار) (کمیتها) کم و زیاد می شوند و رابطه حل مسئله به صورت مقابل می باشد.

زمان ثانویه فاعل ثانویه زمان اولیه فاعل اولیه

$$\dots \times \dots = \dots \times \dots$$

مثال: اگر 4 شیر آب یکسان در 3 ساعت یک حوض را پر کنند 6 شیر آب (از همان نوع) در چه زمانی حوض را پر می کنند؟

$$4 \times 3 = 6 \times \chi \Rightarrow \chi = 2$$

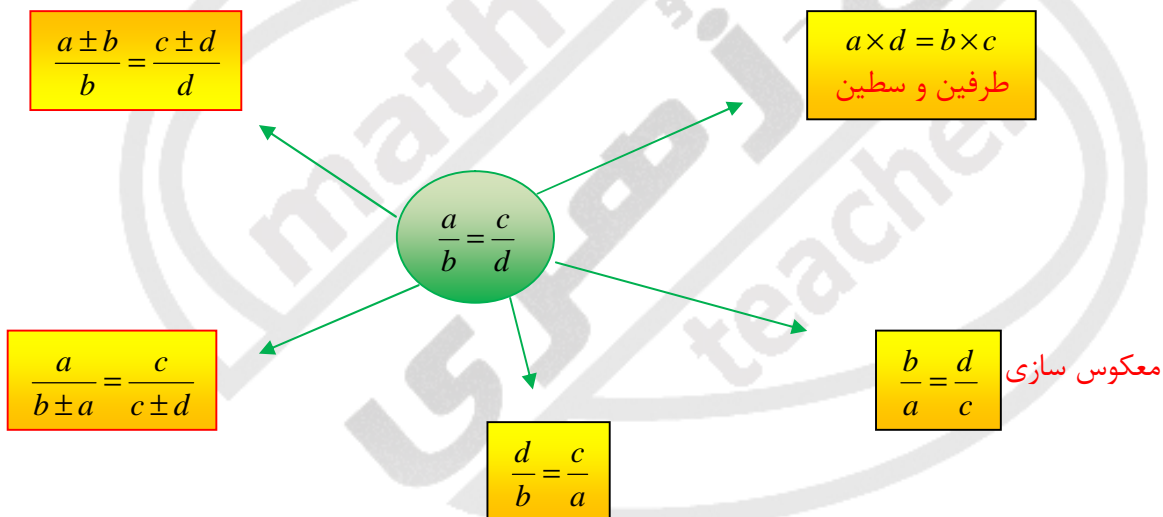
مدل 3: تناسب مرکب

در بعضی از مسائل بخشی از کمیت‌های آن رابطه مستقیم و بخشی از کمیت‌های آن رابطه معکوس دارند. به چنین مسئله‌هایی اصطلاحاً تناسب مرکب می‌گویند.

متداول است که در مسائل مربوط به تناسب مرکب معمولاً فاعل مسئله با زمان مسئله رابطه ی معکوس و با حجم مسئله رابطه ی مستقیم دارد.

نکته:

بعضی از خواص تناسب مستقیم (عملیاتی مجاز)



جابجایی طرفین

با انجام عملیاتی‌های بالا تناسب جدیدی بدست می‌آید و تساوی برقرار است و اشکالی ندارد.

مثالهای معروف تناسب معکوس:



1- اگر 15 کارگر یک ساختمان را 20 روز بسازند 12 کارگر بنا همان ساختمان را چند روزه می‌سازند؟

2- قرار است مزرعه ای توسط 4 تراکتور 18 روزه شخم زده شود. پس از 6 روز کار 2 تراکتور اضافه می‌شود باقی مانده کار چند

روزه انجام می‌شود؟

3) در یک مرغ داری به طور متوسط برای 1000 رأس طیور در طی یک ماه (30 روزه) 75 کیلو دان مصرف می شود اگر و پس از 8 روز مصرف ماهانه به طور ناگهانی 100 مرغ اضافه شود آن مقدار غذا برای چند روز آینده کافی خواهد بود؟

4) قرار بود 12 کارگر کاری را در 8 هفته انجام دهند $\frac{1}{4}$ کار که انجام شد $\frac{2}{3}$ از $\frac{3}{4}$ کارگران رفتند بقیه ی کار چند روزه انجام می

شود؟

5) دو نفر کارگر داریم که اولی 25% ورزیده تر از دومی است اگر پس از 10 روز کار دو نفره، نفر اول به مرخصی برود نفر دوم بقیه کار را در $112/5$ روز انجام می دهد اگر نفر اول به مرخصی نرود و کل کار را دو نفره انجام دهد بقیه کار چند روز زودتر انجام می

شود؟

6) x نفر با روزی $x-4$ ساعت کاری را در $6x$ روز انجام می دهند $x-4$ نفر با روز x^2 ساعت همان کار را چند روزه انجام می

دهند؟



مثالهای از تناسب مرکب:



نکته: مسائل تناسب مرکب به مسائل تناسب معکوس شباهت دارد فقط حجم کار ثابت نمی ماند.

1) اگر 15 گاو در 10 روز 3000 لیتر شیر بدهند 20 گاو در چند روز 2000 لیتر شیر می دهند.

توضیح: در این مسئله تعداد گاو با تعداد روز رابطه معکوس دارد ولی تعداد گاو با حجم شیر رابطه مستقیم دارد این مسئله را به دو شیوه مفهومی و سریع حل می کنیم.

$$\frac{\text{زمان اولیه} \times \text{فاعل اولیه}}{\text{حجم اولیه}} = \frac{\text{زمان جدید} \times \text{فاعل جدید}}{\text{حجم جدید}}$$

$$\frac{15 \times 10}{3000} = \frac{20 \times x}{2000} \Rightarrow x = 5$$

و روش سریع که در واقع همان طرفین و سطین روش بالاست. و به صورت زیر نوشته می شود.

$$\begin{array}{ccc} \text{گاو} & \text{روز} & \text{حجم} \\ 15 & \times & 10 \\ 20 & \times & x \end{array} \begin{array}{l} \nearrow 3000 \\ \searrow 2000 \end{array} \Rightarrow 15 \times 10 \times 2000 = 20 \times x \times 3000 \Rightarrow 30 = 6 \times x \Rightarrow x = 5$$

(2) اگر $\frac{3}{4}$ کاری را 5 نفر در x روز انجام دهند $\frac{2}{3}$ همان کار را x نفر در چند روز انجام می دهند؟

(3) اگر 10 گربه، 10 موش را در 10 ساعت بخورند. 12 گربه 12 موش را در چه زمانی می خورند؟

(4) 16 کارمند 96 پرونده را در 30 روز رسیدگی می کنند 10 کارمند 120 پرونده را در چند روز رسیدگی می کنند؟ (مرآت)

(5) یک چوپان a گاو دارد که در $a-1$ روز 1440 لیتر شیر می دهند اگر هر گاو در هر روز 20 لیتر شیر بدهد تعداد گاوها برابر با

چه عدد می شود؟ (مرآت)

« حل هر یک از دو سوال زیر یک امتیاز دارد »

** 4 گاو سیاه و 3 گاو سفید در 5 روز به اندازه ی 3 گاو سیاه و 5 گاو سفید در 4 روز شیر می دهند 8 گاو سیاه به اندازه ی چند گاو



سفید شیر می دهند؟ (مرآت)

** یک خرگوش با 75 جهش از نقطه ای شروع به جهش می کند، سگی در آن نقطه تصمیم می گیرد خرگوش را بگیرد اما در زمانی

که سگ 2 جهش می کند خرگوش 3 بار جهش کرده است ولی هر 5 جهش خرگوش معادل 2 جهش سگ است پس از چند جهش به

خرگوش می رسد؟ (مرآت)

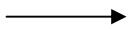
بیان چند فرمول مهم که در حل مسائل موضوعی کاربرد دارند.

- فرمول انجام یک کار توسط دو عامل به طور همزمان

فرض کنید کردن یک چاله توسط یک کارگر در a ساعت و توسط دیگری در b ساعت انجام شود اگر هر دو نفر بخواهند با هم و

همزمان این کار را انجام دهند زمان انجام کار از فرمول زیر محاسبه می شود.

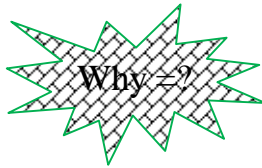
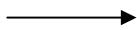
$$\frac{a \times b}{a + b}$$



نگران نباش توضیح می دهم

2- فرمول انجام یک کار توسط 3 عامل که هر کدام به تنهایی در a ساعت و b ساعت و c ساعت آن کار را انجام می دهند.

$$\frac{a \times b \times c}{ab + ac + bc}$$



$$a + b - \frac{ab}{100}$$

3- فرمول محاسبه دو تخفیف متوالی روی یک معامله که دفعه اول a درصد و دفعه دوم روی تخفیف قبلی b درصد انجام شده است.

$$(a+b) + \frac{ab}{100}$$

4- فرمول محاسبه دو سود متوالی روی یک معامله که دفعه اول a درصد و دفعه دوم b درصد انجام شده است.

5- فرمول محاسبه درصد نهایی در مخلوط کردن دو ماده با درصدهای مشخص :

$$\text{درصد نهایی} = \frac{\text{حجم ثانویه} \times \text{درصد ثانویه} + \text{حجم اولیه} \times \text{درصد اولیه}}{\text{مجموع حجمها}}$$

20 سوال چهارگزینه ای از فصل تناسب



1- سه کارگر با روز 9 ساعت کار محصول مزرعه ای را در 8 روز جمع می کنند اگر یکی از کارگرها در ابتدای کار دست از کار بکشد و دو کارگر دیگر روزی 12 ساعت کار کنند، جمع آوری محصول چه مدت طول می کشد؟ «حلی»

الف) 8 روز و 6 ساعت ب) 9 روز ج) 9 روز و 6 ساعت د) 10 ساعت

2- یک گاو دار $x-1$ گاو دارد که در x روز 1560 لیتر شیر می دهند اگر هر گاو روزانه 10 لیتر شیر بدهد. تعداد گاوها برابر چه عددی می باشد؟ «حلی»

الف) 10 ب) 11 ج) 12 د) 13

3- آهنگری هر روز 12 میز می سازد. شاگردش با $\frac{1}{3}$ سرعت او کار می کند. اگر این دو نفر یک روز در میان نوبتی کار کنند برای ساعت 192 میز چند روز وقت نیاز خواهند داشت؟

الف) 64 ب) 12 ج) 24 د) 16

4- در مسیر حرکت از A به B چرخهای جلوی تراکتور 24 دور بیش تر از چرخ های عقب حرکت کرده اند اگر محیط چرخهای جلو $\frac{1}{2}$ و محیط چرخهای عقب $\frac{1}{8}$ متر باشد مسیر A تا B چند متر بوده است؟

الف) 86/1 (ب) 86/3 (ج) 86/4 (د) 86/8

5- اگر سه مرغ در سه روز سه تخم بگذارند. یک مرغ در سه روز چند تخم می گذارد؟ « انرژی اتمی »

الف) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

6- تفاوت بین یک تخفیف 30% با دو تخفیف متوالی 24% و 6% در یک صورت حساب 20000 تومانی چه قدر است؟ « کانون »

الف) صفر (ب) 232 (ج) 156 (د) 288

7- a کارگر در a روز با a ساعت کار، می توانند به اندازه ی a واحد از کاری را انجام دهند b کارگر در b روز با b ساعت کار، چند واحد

از همان کار را انجام می دهد؟

الف) b (ب) a (ج) $\frac{b^3}{a^2}$ (د) $\frac{b^2}{a^3}$

8- 12 نفر کاری را 20 روز انجام می دهند پس از انجام $\frac{1}{4}$ کار، $\frac{1}{6}$ کارگران دست از کار کشیدند حساب کنید تمام کار چند روز،

انجام می شود؟ « کانون »

الف) 23 (ب) 18 (ج) 15 (د) 12

9- به 9 گرم اسید با 50% غلظت چقدر آب بیافزائیم تا اسید یا غلظت 230% بدست آید؟

الف) $\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{10}{5}$ (ج) $\frac{4}{5}$ (د) 6

10- 20 لیتر الکل 40% را با 30 لیتر 70% مخلوط کرده ایم درجه ی الکل حاصل چه قدر است؟

الف) 60% (ب) 55% (ج) 58% (د) 30%

11- شیر A به تنهایی استخری را 6 روزه و شیر B به تنهایی 8 روزه و شیر C 24 روزه پر می کند اگر هر 3 شیر با هم باز باشند

استخر چند روزه پر می شود؟

الف) 6 (ب) 8 (ج) 3 (د) 4

12- علی کاری را به تنهایی 5 روزه انجام می دهد. اگر این کار را به اتفاق حسین که نسبت به او 30% کندتر است انجام دهد کل کار را

چند روزه تمام خواهد کرد؟ « مرآت »

الف) $\frac{4}{7}$ (ب) $\frac{16}{17}$ (ج) $\frac{13}{14}$ (د) $\frac{1}{11}$

13- علی دور زمین فوتبال را در دو دقیقه و صمد در 4 دقیقه طی می کند اگر این دو با هم و از جهات مختلف شروع به دویدن کنند

پس از چند ثانیه به هم می رسند؟

الف) 60 ثانیه ب) 80 ثانیه ج) 100 ثانیه د) 120 ثانیه

14- چند کیلو چای 500 تومانی را با چای 800 تومانی مخلوط کنیم تا 60 کیلو چای 700 تومانی به دست آید؟

الف) 10 ب) 20 ج) 40 د) 50

15- اگر 12 گرم اسید 75% را با 28 گرم اسید 65% مخلوط کنیم درجه ی خلوص مخلوط حاصل چه قدر خواهد بود؟

الف) 68 ب) 70 ج) 71 د) 73

16- یک میوه فروش اگر هر 3 موز را 450 تومان بفروشد 1800 تومان ضرر می کند و اگر هر دو موز را 380 تومان بفروشد 2400

تومان سود می برد تعداد موزها چند تا است؟

الف) 151 ب) 150 ج) 115 د) 105

17- مقداری محلول آب و الکل موجود است. 6 لیتر آب خالص به محلول می افزائیم تا درجه ی محلول جدید 24% شود سپس 10

لیتر الکل خالص به محلول می افزائیم تا درجه ی آن 62% شود محلول اولیه چند لیتر بوده است؟

الف) 4 ب) 4/5 ج) 4/8 د) 5/2

18- محسن و علی با هم کاری را در 3 روز انجام می دهند - سرعت کار محسن 3 برابر علی است علی و جواد همین کار را در 4 روز

انجام می دهند جواد به تنهایی این کار را چند روزه انجام می دهد؟

الف) 4 ب) 18 ج) 6 د) 12

19- 12 کارگر کاری را 10 روزه انجام می دهند بعد از 2 روز 4 کارگر بیمار شدند و دو روز بعد 2 تا از آنها به سر کار خود برگشتند

کار چند روزه تمام می شود؟

الف) 14 ب) 12 ج) 10 د) 8

20- به 12 لیتر محلول 12% ، x لیتر آب می افزائیم تا محلول 2% (2) به دست آید مقدار x چند است؟

الف) 30 ب) 60 ج) 6 د) 8